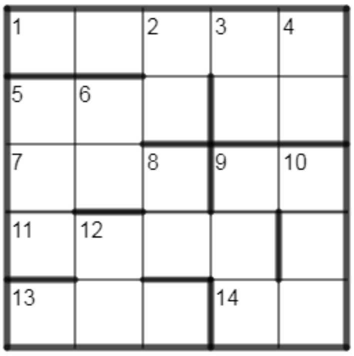
Lösungen des Monats - April 2024

Kategorie: Maximathik
9./10. Schulstufe

Aufgabe 1: EIns, zwEI, drEI
Der Osterhase möchte, dass du heuer nicht nur Eier, sondern auch besondere Zahlen suchst und hat sich daher folgendes Kreuzzahlrätsel ausgedacht.



Waagrecht:

1) Durch 11 teilbares Palindrom
5) Durch 9 teilbar
7) Potenz von 2
8) Gerade Primzahl
9) Potenz von 2
11) Palindrom
13) Quadratzahl
14) Doppeltes eines Quadratzahl

Senkrecht:

2) Vielfaches von 17
3) Fibonaccizahl
4) Grad eines rechten Winkels
5) Quadratzahl
6) Biquadrat
8) Potenz von 3
9) Palindromquadrat
10) Zahl mit 20 Teilern
12) Primzahl

Hinweise:

- Die dicken Linien markieren jeweils das Ende einer Zahl.
- Palindrom: Eine Zahl die von vorne und hinten gelesen gleich ist, z.B. 131.
- Fibonaccizahl: Eine Zahl der Folge $0, 1, 1, 2, 3, 5, \ldots$.
- Biquadrat: Quadrat einer Quadratzahl, z.B. 16.
- Palindromquadrat: Zahl, die vorwärts und rückwärts gelesen jeweils eine Quadratzahl ist, z.B. 1089.

Gib als Lösung für die Aufgabe die Summe der 3 Lösungen von 3), 10) und 13) an!

Ergebnis: 857

Lösung: Das ausgefüllte Kreuzzahlrätsel sieht folgendermaßen aus:

(1) 9	1	(2) 6	(3) 1	(4) 9
(5) 2	(6) 8	8	3	0
(7) 5	1	(8) 2	(9) 1	(10) 6
(11) 6	(12) 7	7	6	4
(13) 1	9	6	(14) 9	8

Die Lösung ist damit 3) + 10) + 13) = 13 + 648 + 196 = 857.

Rufe mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort findest du eine Anleitung, wie du deine Lösungen abgeben kannst. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen du Punkte sammeln kannst

JOHANNES KEPLER UNIVERSITÄT LINZ

INDUSTRIELLENVEREINIGUNG OBERÖSTERREICH

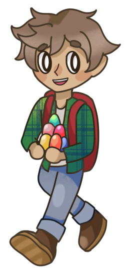
Aufgabe 2: SechserlEI PyramidEI

Der Osterhase möchte ein Holzknobelspiel basteln. Dazu hat er einen festen Würfel mit einem Punkt P im Inneren. Der Osterhase zerschneidet den Würfel in 6 (schiefe) Pyramiden. Jede Pyramide besitzt eine Seitenfläche des Würfels als Basisfläche und den Punkt P als Spitze. Die Volumina von fünf dieser Pyramiden betragen 2, 5, 10, 11 und 14.
Wie groß ist das Volumen der sechsten Pyramide?

Ergebnis: 6

Lösung: Sei s die Seitenlänge des Würfels. Das Volumen einer Pyramide berechnet sich als „Grundfläche mal Höhe durch 3". Wir betrachten die Volumina der Pyramiden über zwei gegenüberliegenden Flächen. Sei h die Höhe der einen Pyramide, dann hat die gegenüberliegende Pyramide die Höhe $s-h$. Beide Pyramiden haben eine Grundfläche von s^2. Die Summe der Volumina beträgt also $\frac{s^2h}{3}+\frac{s^2(s-h)}{3}=\frac{s^2}{3}(h+s-h)=\frac{s^3}{3}$. Diese Summe ist nicht von der Lage des Punktes P abhängig. Daraus folgt, dass wir die 6 Pyramiden zu 3 Paaren zusammenfassen können, die jeweils in Summe das gleiche Volumen haben.
Nun bleibt nur noch zu klären, welche der vorgegebenen Pyramiden zu Paaren zusammengehören. Es ist klar, dass von den 6 Pyramiden die größte mit der kleinsten ein Paar bildet, die zweitgrößte mit der zweitkleinsten und die drittgrößte mit der drittkleinsten. Nehmen wir an, die fehlende Pyramide hätte ein Volumen x kleiner als 2, dann wären die Paare $\{x,14\},\{2,11\}$ und $\{5,10\}$. Aber $2+11\neq 5+10$. Hätte die fehlende Pyramide ein Volumen x größer als 14, so wären die Paare $\{2,x\},\{5,14\}$ und $\{10,11\}$. Aber $5+14\neq 10+11$. Daher hat die fehlende Pyramide ein Volumen x zwischen 2 und 14. Somit bilden die Pyramiden mit den Volumen 2 und 14 ein Paar, daher hat jedes Paar zusammen ein Volumen von 16. Daher bildet 5 ein Paar mit 11, und der Pyramide mit Volumen 10 fehlt ihr Gegenüber mit dem Volumen 6.

Aufgabe 3: KurzwEIlige BücherEI



HEIdi hat zu Ostern ein Buch mit 408 Seiten bekommen und möchte jeden Tag gleich viele Seiten davon lesen. Am neunten Tag sagt sie zu Mittag ihrer Freundin, dass sie an diesem Tag schon 30 Seiten gelesen hat. Welche Seite hat HEIdi zuletzt gelesen?

Ergebnis: 302

Lösung: Die Primfaktorzelegung von 408 ist

$$2\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 17$$

und ist gleich der *Anzahl an Seiten pro Tag* mal *Anzahl der Tage*. Hierbei muss die Anzahl an Seiten pro Tag mindestens 30 sein und die Anzahl der Tage mindestens 9 sein. Somit ist nur folgende Zerlegung möglich:

$$\underbrace{2\cdot 2\cdot 3}_{\text{Tage}}\cdot\underbrace{2\cdot 17}_{\text{Seiten pro Tag}}=12\cdot 34$$

Alle anderen Zerlegungen lassen sich folgendermaßen ausschließen. Ist 17 Teiler der *Tage*, so sind maximal nur $2\cdot 2\cdot 2\cdot 3=24$ *Seiten pro Tag* möglich. Also muss 17 Teiler der *Seiten pro Tag* sein. Multipliziert man bei den *Seiten pro Tag* die 17 mit 3 oder mehr, so bleiben weniger als 9 Tage.
Die Antwort ist also

$$8\cdot 34+30=302.$$

Rufe mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort findest du eine Anleitung, wie du deine Lösungen abgeben kannst. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen du Punkte sammeln kannst

JOHANNES KEPLER UNIVERSITÄT LINZ
INDUSTRIELLENVEREINIGUNG OBERÖSTERREICH