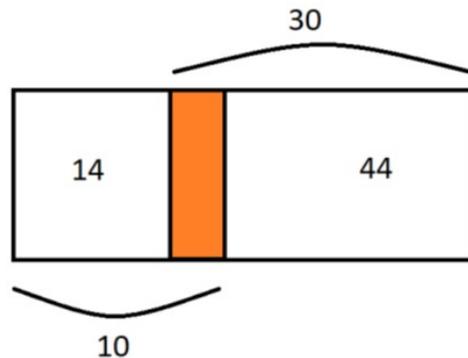


# Lösungen des Monats - Oktober 2023

## Kategorie: Miximathik

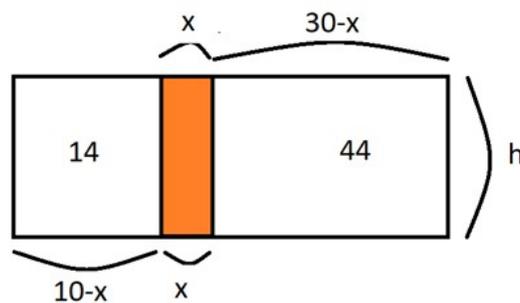
### Aufgabe 1: Einbetoniert

In der Einfahrt von Karin soll der Beton ausgebessert werden, um dort einen Basketballplatz zu errichten. Der beschädigte Bereich ist färbig markiert. Wie groß ist der Flächeninhalt des farbigen Streifens?



Ergebnis: 1

Lösung: Die Breite des farbigen Streifens nennen wir  $x$ , die Höhe nennen wir  $h$ .



Dann erfüllt das linke weiße Rechteck die Gleichung:

$$14 = (10 - x)h$$

Und das rechte weiße Rechteck erfüllt die Gleichung:

$$44 = (30 - x)h$$

Diese beiden Gleichungen bilden ein Gleichungssystem. Löst man beide Gleichungen nach  $h$  auf, erhält man:

$$h = \frac{14}{10 - x}, \quad h = \frac{44}{30 - x}$$

Gleichsetzen liefert:

$$\frac{14}{10 - x} = \frac{44}{30 - x}$$

Rufen Sie mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort finden Sie eine Anleitung, wie Sie ihre Lösungen abgeben können. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen Sie Punkte sammeln können.



Man multipliziert mit den Nennern und erhält:

$$14(30 - x) = 44(10 - x)$$

mit der Lösung:

$$x = \frac{2}{3}$$

Setzt man diesen Wert in eine der obigen Gleichungen ein, erhält man für  $h$ :

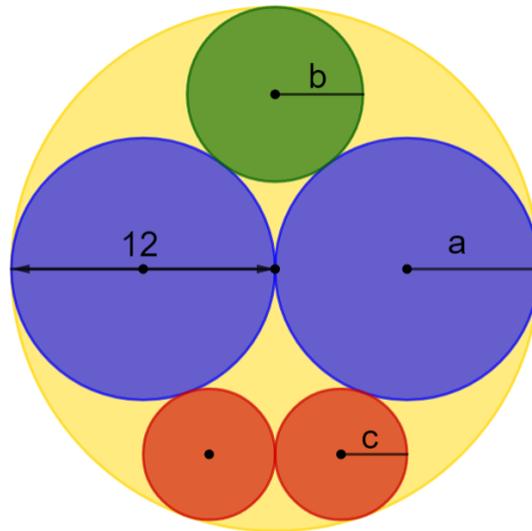
$$h = \frac{14}{10 - \frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

Der Flächeninhalt ist daher:

$$A = xh = 1$$

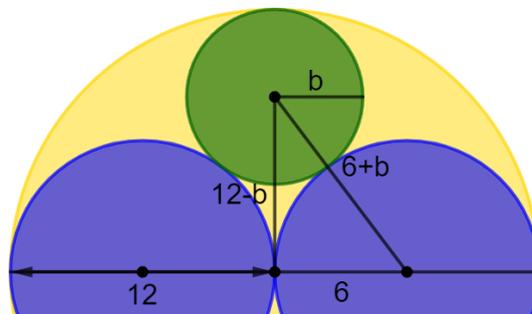
## Aufgabe 2: Krasse Kreise

Tobias möchte in Karins Einfahrt folgendes Mandala malen. Ihm ist nur bekannt, dass der Radius des gelben Kreises 12 lang ist. Um die anderen Kreise malen zu können, muss er allerdings wissen, wie groß die Radien sind. Bestimme die Radien und gib als Lösung deren Summe  $a + b + c$  an.



*Ergebnis:* 13

*Lösung:* Der Radius  $a$  ist die Hälfte des Durchmessers, also  $a = \frac{12}{2} = 6$ . Den Radius  $b$  erhält man, indem man das Dreieck in der folgenden Abbildung betrachtet.



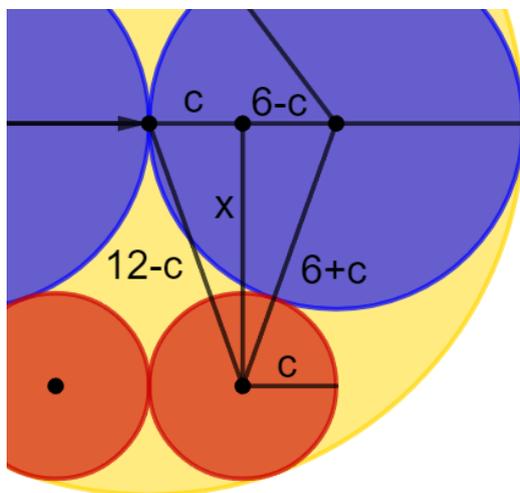
*Rufen Sie mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort finden Sie eine Anleitung, wie Sie ihre Lösungen abgeben können. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen Sie Punkte sammeln können.*



Der Radius  $a = 6$  des blauen Kreises ist die Länge einer Kathete. Die Länge der zweiten Kathete ist der Radius des gelben Kreises minus dem Radius des grünen Kreises, also  $12 - b$ . Die Hypotenuse ist dann  $6 + b$  lang. Mithilfe des Satzes von Pythagoras erhält man

$$6^2 + (12 - b)^2 = (6 + b)^2$$

Durch Umformen ergibt sich  $b = 4$ . Für den Radius  $c$  betrachten wir die beiden Dreiecke, die in folgender Abbildung eingezeichnet sind.



Mithilfe des Satzes von Pythagoras erhält man die beiden Gleichungen:

$$\begin{aligned} x^2 + c^2 &= (12 - c)^2 \\ x^2 + (6 - c)^2 &= (6 + c)^2 \end{aligned}$$

Durch Ausquadrieren, Vereinfachen und Subtrahieren der Gleichungen ergibt sich  $c = 3$ . Somit ist  $a + b + c = 6 + 4 + 3 = 13$ .

### Aufgabe 3: Wahres Waagnis

Nachdem Karin und Tobias mit ihren Arbeiten in der Einfahrt fertig sind, gehen sie einkaufen. Der nahegelegene Retro-Supermarkt besitzt nur eine Balkenwaage zum Abwiegen von Obst. Der Inhaber des Supermarktes behauptet, dass es möglich ist, mit dieser Waage alle ganzzahligen Mengen von 1 kg bis 40 kg abzuwiegen. Was ist die minimale Anzahl an Gewichten, die der Inhaber des Supermarktes besitzt?

*Hinweis:* Die Gewichte können auf beide Seiten der Waage gelegt werden.

*Ergebnis:* 4

*Lösung:* Nützt man die Waage, so hat jedes der Gewichte drei mögliche Positionen: links, rechts, nicht auf der Waage. Würde der Inhaber des Supermarktes nur 3 Gewichte besitzen, so gäbe es  $3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27$  mögliche Anordnungen der Gewichte. Es wäre also nicht möglich, alle Mengen von 1 kg bis 40 kg genau abzuwiegen.

Durch geschicktes Probieren findet man die vier Gewichte 1 kg, 3 kg, 9 kg und 27 kg, mit denen es tatsächlich möglich ist, alle gewünschten Mengen abzuwiegen. Die nachfolgende Tabelle, zeigt die ersten Lösungen.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
links	1	3	3	1, 3	9	9	1, 9	9	9	1, 9	3, 9	3, 9	1, 3, 9	27	27	...
rechts		1			1, 3	3	3	1			1			1, 3, 9	3, 9	...

Rufen Sie mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort finden Sie eine Anleitung, wie Sie ihre Lösungen abgeben können. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen Sie Punkte sammeln können.

