

# Lösungen des Monats - April 2022

## Kategorie: Maximathik

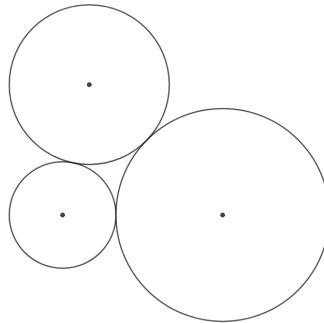
### 9./10. Schulstufe

**Aufgabe. (Münzendreihen)** Auf einem Tisch liegen acht Münzen mit der Seite „Kopf“ nach oben. In jedem Schritt werden genau fünf Münzen umgedreht. Wie viele Schritte sind mindestens notwendig, bis alle Münzen mit der Seite „Zahl“ nach oben liegen?

**Lösung. (Münzendreihen)** Bemerke: nach einer ungeraden Schrittzahl ist die Anzahl der Münzen mit „Zahl“ nach oben stets ungerade. Wir wollen jedoch 8 (gerade) Münzen mit „Zahl“ nach oben haben. Durch Probieren sieht man schnell, dass zwei Schritte nicht ausreichen. Lösung mit vier Schritten:

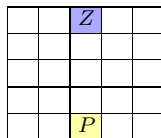
|        |   |   |   |   |   |   |   |   |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Start: | K | K | K | K | K | K | K | K |
| 1      | Z | Z | Z | Z | Z | K | K | K |
| 2      | Z | Z | K | K | K | K | Z | Z |
| 3      | K | K | Z | Z | K | K | K | Z |
| 4      | Z | Z | Z | Z | Z | Z | Z | Z |

**Aufgabe. (1-2-3 Kreise)** Gegeben sind drei Kreise mit Radius 1, 2 und 3. Jeweils zwei der Kreise berühren sich von außen in einem Punkt. Vorsicht, bei der Abbildung handelt es sich nur um eine Skizze (die Radien sind nicht korrekt eingezeichnet). Die Mittelpunkte der Kreise bilden ein Dreieck. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks.

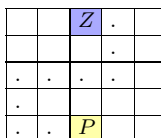


**Lösung. (1-2-3 Kreise)** Da sich jeweils zwei Kreise in einem Punkt berühren, hat das Dreieck die Seitenlängen  $\{1 + 2, 1 + 3, 2 + 3\} = \{3, 4, 5\}$ . Es handelt sich um ein Pythagoreisches Tripel. Das heißt, zwischen den Seiten mit den Längen 3 und 4 ist ein rechter Winkel. Somit ist die Fläche  $= \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$ .

**Aufgabe. (Pacman)** Pacman  $P$  versucht bösen Gespenstern zu entkommen. Pacman bewegt sich dabei stets ein Feld nach oben, links oder rechts. Um nicht von den Gespenstern geschnappt zu werden darf Pacman kein Feld doppelt betreten. Wie viele Möglichkeiten hat Pacman, das Ziel  $Z$  zu erreichen.



**Lösung. (Pacman)** Hier ist ein möglicher Weg:



Da Pacman kein Feld doppelt betreten darf, bewegt er sich in jeder Zeile stets vom Eingang zum Eingang der jeweils nächsten Zeile. Wir können jeden Pfad eindeutig definieren, in dem wir nur die Spalten der verwendeten Ein- und Ausgänge festhalten. In den Beispiel oben verwendet Pacman zuerst die erste Spalte um in die nächste Zeile zu gelangen. Dann erneut die erste Spalte und danach zweimal die vierte Spalte. Der gegangene Weg lässt sich somit mit (1, 1, 4, 4) kennzeichnen. In der letzten Zeile angelangt gibt es nur eine Möglichkeit ans Ziel zu gelangen. Es gibt vier Übergänge von einer Zeile zur nächsten mit je 5 Möglichkeiten. Somit gibt es  $5^4 = 625$  Möglichkeiten ins Ziel zu gelangen.

*Rufe mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort kannst du deine Lösungen abgeben, Punkte sammeln und jeden Monat neue Aufgaben finden!*

