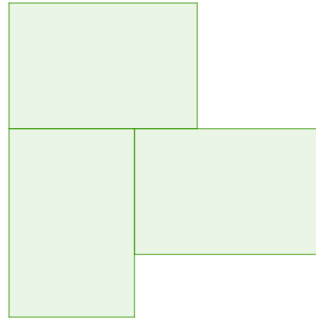


# Lösungen des Monats - Mai 2022

## Kategorie: Maximathik

### 9./10. Schulstufe

**Aufgabe. (Drei Grundstücke)** Petra hat drei identische rechteckige Grundstücke, die sich - wie in der Skizze zu sehen - einige Seiten teilen. Um einen Zaun um ein rechteckiges Grundstück zu errichten, würde sie 100 m Zaun benötigen. Wie viel Meter Zaun benötigt sie um die Fläche aller drei Grundstücke einzuzäunen?



**Lösung. (Drei Grundstücke)** Umzäunt sie alle 3 Grundstücke einzeln, so benötigt sie 300 m Zaun. Dabei würde dann, an den geteilten Grundstücksgrenzen jeweils ein doppelter Zaun stehen. Die Länge der geteilten Grundstücksgrenzen entspricht der Summe der zwei Seitenlängen. Also wird exakt ein Umfang zuviel gezählt. Sie benötigt also  $300 - 100 = 200$  m Zaun.

**Aufgabe. (Silber und Gold)** Tanja spielt ein Computerspiel in dem es Silber- und Goldmünzen gibt. Ein Drittel von Tanjas Münzen sind golden. Leider kann sie sich einen weiteren Gegenstand, der 33 Goldmünzen kostet, nicht leisten. Sie spielt daher ein neues Level und sammelt dabei 50 Münzen. Jetzt ist ein Viertel Ihrer Münzen golden und sie kann sich den Gegenstand leisten. Wie viele Silbermünzen hat Tanja jetzt?

**Lösung. (Silber und Gold)**  $s$  und  $g$  bezeichnen die Silber- bzw. Goldmünzen die Tanja zu Beginn hat. Es gilt:

$$\begin{aligned}\frac{g}{s+g} &= \frac{1}{3} \\ 3g &= s+g \\ 2g &= s\end{aligned}$$

Während sie das Level spielt sammelt sie 50 Münzen, davon sind  $n$  golden. Nach Abschluss des Levels gilt:

$$\begin{aligned}\frac{g+n}{s+g+50} &= \frac{1}{4} \\ 4g+4n &= s+g+50\end{aligned}$$

Jetzt kann man  $s$  einsetzen:

$$\begin{aligned}4g+4n &= 2g+g+50 \\ g &= 50-4n\end{aligned}$$

Wir wissen aus der Angabe auch dass:

$$\begin{aligned}g=50-4n &< 33 \\ g+n=50-3n &\geq 33\end{aligned}$$

Jetzt können wir für  $n=0, 1, 2, 3, \dots$  ausprobieren ob die Ungleichungen stimmen. Wir sehen, dass das nur bei  $n=5$  der Fall ist. Tanja hatte zu Beginn  $g=50-4n=50-4\cdot 5=30$  Goldmünzen und  $s=2g=2\cdot 30=60$  Silbermünzen. Im Level hat sie  $50-n=50-5=45$  Silbermünzen gesammelt. Also hat sie jetzt  $60+45=105$  Silbermünzen.

**Aufgabe. (Fünfstellige Zahl)** Die fünfstellige Zahl  $a541b$  ist durch 66 teilbar. Bestimme  $a$  und  $b$ .

**Lösung. (Fünfstellige Zahl)**  $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$ . Das bedeutet, dass die Zahl durch 2, 3 und 11 teilbar sein muss.

Teilbarkeit für 2: Damit eine Zahl durch 2 teilbar ist, muss ihre letzte Ziffer durch 2 teilbar sein.

$$b \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

Teilbarkeit für 3: Damit eine Zahl durch 3 teilbar ist, muss ihre Ziffernsumme durch 3 teilbar sein.

$$3|(a + 5 + 4 + 1 + b)$$

$$3|(a + 10 + b)$$

$$3|(a + b + 1)$$

Teilbarkeit für 11: Damit eine Zahl durch 11 teilbar ist, muss ihre Zifferndifferenz durch 11 teilbar sein.

$$11|(a - 5 + 4 - 1 + b)$$

$$11|(a + b - 2)$$

Teilbarkeit für 2 und 11 kombiniert:

$$(a, b) \in \{ (2, 0), (0, 2), (9, 4), (7, 6), (5, 8) \}$$

Die einzigen Tupel  $(a, b)$  für welche auch die Teilbarkeit für 3 erfüllt wird, sind  $(2, 0)$  und  $(0, 2)$ .  $(0, 2)$  liefert jedoch keine Lösung, da die Zahl ja sonst nur vierstellig wäre. Es bleibt die Lösung  $(2, 0)$ . Das heißt,  $a = 2$  und  $b = 0$ .

*Rufe mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort kannst du deine Lösungen abgeben, Punkte sammeln und jeden Monat neue Aufgaben finden!*

