

# Lösungen des Monats - Juni 2022

## Kategorie: Maximathik

### 9./10. Schulstufe

**Aufgabe. (umgekehrt mal 4)** Finde alle 4-stelligen Zahlen, die rückwärts gelesen genau 4 mal so groß sind wie sie selbst.

**Lösung. (umgekehrt mal 4)** An der Tausender-Stelle muss eine Eins oder eine Zwei sein, da sonst die Vierfache der Zahl fünfstellig wird. Wäre eine Eins an erster Stelle, so wäre die Zahl rückwärts gelesen ungerade, das kann nicht sein, da das Vierfache einer Zahl stets gerade ist. Also steht an der Tausender-Stelle eine Zwei. Somit muss die Tausender-Stelle des Vierfachen eine Acht sein. Was wiederum heißt, dass die Einerstelle eine Acht sein muss. Nennen wir nun die letzten beiden Ziffern  $a$  und  $b$ , dann gilt:

$$\begin{aligned}4 \cdot (2ab8) &= 8ba2 \\4 \cdot (2008 + 100 \cdot a + 10 \cdot b) &= 8002 + 100 \cdot b + 10 \cdot a \\8032 + 400 \cdot a + 40 \cdot b &= 8002 + 100 \cdot b + 10 \cdot a \\30 + 390 \cdot a &= 60 \cdot b \\1 + 13 \cdot a &= 2 \cdot b\end{aligned}$$

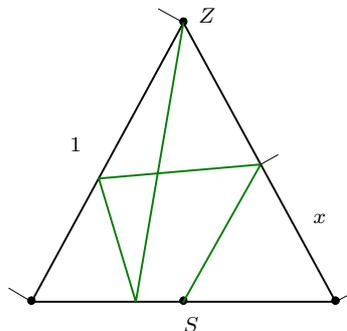
Wir können uns nun die Ziffer  $b$  mit Hilfe von  $a$  berechnen.  $a = 0$  ist nicht möglich, da dann  $b = \frac{1}{2}$  keine Ziffer ist. Mit  $a = 1$  erhalten wir  $b = 7$ . Für  $a \in \{2, \dots, 9\}$  müsste  $b$  stets größer als 9 sein (nicht möglich, da  $b$  eine Ziffer sein soll). Also ist die einzige mögliche Zahl mit der gesuchten Eigenschaft 2178.

**Aufgabe. (Hund und Jäger)** Ein Jäger ist 15 km von seinem Haus entfernt und bewegt sich mit 3 km pro Stunde direkt auf das Haus zu. Sein Hund ist doppelt so schnell und freut sich schon auf daheim. Er läuft aufgeregt vom Jäger direkt zum Haus und kehrt sofort wieder um zum Jäger, der ja inzwischen dem Haus ein Stückchen näher gekommen ist. Dann rennt er immer wieder zum Haus und wieder zurück zum Jäger, bis der Jäger endlich am Haus angekommen ist.

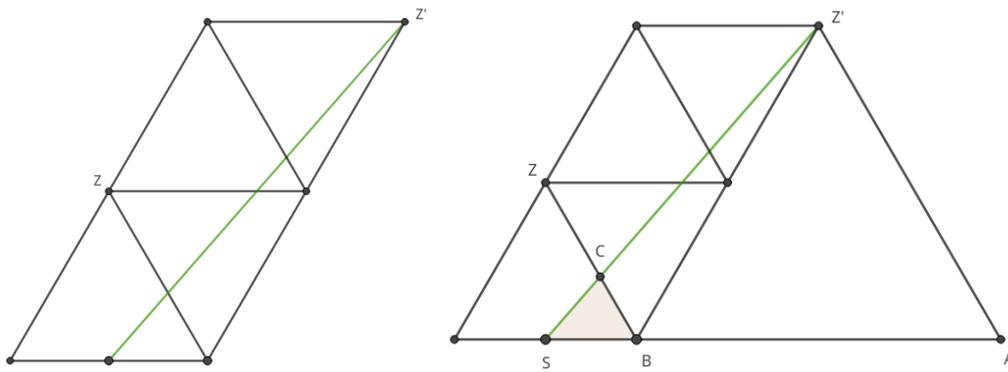
Wie viele km legt der Hund dabei insgesamt zurück?

**Lösung. (Hund und Jäger)** Der Hund bewegt sich doppelt so schnell wie der Jäger. Da der Jäger 15 km geht, schafft der Hund 30 km.

**Aufgabe. (Dreiecksbillard)** Wir spielen Billard auf einem gleichseitigen Dreieck mit der Seitenlänge 1 und haben die Kugel in der Startposition  $S$  in der Mitte der unteren Seite anliegen. Wir wollen die Kugel nun so stoßen, dass sie über die rechte Seite, dann über die linke Seite und dann über die untere Seite in die Tasche in der Ecke  $Z$  rollt. Wie lange ist  $x$ ?



**Lösung. (Dreiecksbillard)** Anstatt den Weg der Kugel an den Wänden zu knicken können wir auch gedanklich die Fläche des Billardtisches um die Kante spiegeln, an der die Kugel aufprallt. Damit erhält man folgenden Weg:



Anschließend zeichnet man noch ein weiteres gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge 2 ein. Die Dreiecke  $SBC$  und  $SAZ'$  sind ähnlich. Es gilt daher:

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{SB}} = \frac{\overline{AZ'}}{\overline{SA}}$$

$$\frac{\overline{BC}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{2 + \frac{1}{2}}$$

$$x = \overline{BC} = \frac{2}{5}$$

*Rufe mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort kannst du deine Lösungen abgeben, Punkte sammeln und jeden Monat neue Aufgaben finden!*

