

# Lösungen des Monats - März 2022

## Kategorie: Minimathik

### 7./8. Schulstufe

**Aufgabe. (Sperrcode)** Lisa hat auf ihrem Smartphone einen vierstelligen Sperrcode, der sich aus lauter verschiedenen Ziffern zusammensetzt. Sie behauptet: „Liest man meinen Sperrcode als Zahl, so ist diese durch 83 und 19 teilbar. Außerdem ergibt die Ziffernsumme dieser Zahl eine möglichst große Primzahl.“

Knacke den Sperrcode für Lisa's Smartphone!

**Lösung. (Sperrcode)** Da die Zahl durch 83 und 19 teilbar ist, muss der Code ein Vielfaches von  $83 \cdot 19 = 1577$  sein. Da der Sperrcode aus vier Ziffern besteht, kommen noch die weiteren Vielfachen  $2 \cdot 1577 = 3154$ ,  $3 \cdot 1577 = 4731$ ,  $4 \cdot 1577 = 6308$ ,  $5 \cdot 1577 = 7885$  und  $6 \cdot 1577 = 9462$  in Frage. Da nun bekannt ist, dass der Sperrcode sich aus lauter verschiedenen Ziffern zusammensetzt, bleiben 3154, 4731, 6308 und 9462 als mögliche Kandidaten übrig. Berechnet man die Ziffernsummen für diese Zahlen so erhält man für 3154 die Zahl 13, für 4731 die Zahl 15, für 6308 die Zahl 17 und für 9462 die Zahl 21. Nur 13 und 17 sind Primzahlen, 17 ist die größere. Daher ist Lisa's Sperrcode am Smartphone 6308.

**Aufgabe. (Bücherwurm)** Robert hat sehr viele Bücher und möchte Ordnung in seine Sammlung bringen. Dazu kauft er sich viele Sticker, auf denen jeweils eine Ziffer steht:



Diese Ziffern klebt er auf seine Bücher, sodass diese fortlaufend nummeriert sind (1, 2, 3, ...). Beispielsweise benötigt er für das 25. Buch 2 Sticker  $\begin{matrix} 2 \\ 5 \end{matrix}$ . Insgesamt benötigt Robert 2022 Sticker.

Wie viele Bücher hat Robert?

**Lösung. (Bücherwurm)** Die Zahlen von 1 – 9 haben insgesamt 9 Ziffern  $\Rightarrow$  9 Sticker.

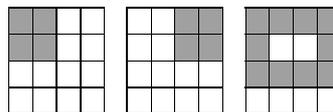
Die Zahlen von 10 – 99 haben jeweils 2 Ziffern, es sind insgesamt 90 Zahlen  $\Rightarrow$  180 Sticker.

Die Zahlen von 100 – 999 haben jeweils 3 Ziffern, es sind insgesamt 900 Zahlen  $\Rightarrow$  2700 Sticker.

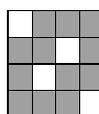
Da  $9 + 180 < 2022 < 9 + 180 + 2700$  muss die gesuchte Zahl zwischen 99 und 999 liegen. Für die 3-stelligen Zahlen hat Robert  $2022 - 9 - 180 = 1833$  Sticker zur Verfügung. Damit kann er  $1833/3 = 611$  Bücher nummerieren. Robert hat also  $9 + 90 + 611 = 710$  Bücher.

**Aufgabe. (4x4)** Wie viele Möglichkeiten gibt es, in einem  $4 \times 4$  Gitter Kästchen grau einzufärben, sodass jedes eingefärbte Kästchen waagrecht und/oder senkrecht an exakt zwei weitere graue Kästchen grenzt?

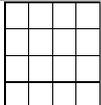
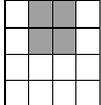
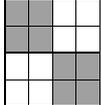
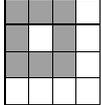
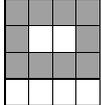
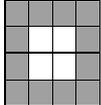
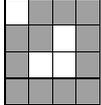
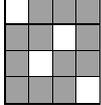
Hier findest du schon drei mögliche Lösungen:



**Lösung. (4x4)** Da jedes eingefärbte Kästchen an exakt 2 weitere eingefärbte Kästchen grenzt, müssen Gruppen an eingefärbten Kästchen jeweils eine Schlaufe ergeben. Beispiel:



Die kleinst mögliche Schlaufe ist eine eingefärbtes  $2 \times 2$  Feld. Gibt es mehr als eine Schlaufe so dürfen sich diese nicht berühren. Mit diesen Informationen lassen sich nun alle Möglichkeiten relativ leicht zählen:

Schlaufen:	Beispiel	Anzahl der Positionen
keine		1
eine 2 × 2		9
zwei 2 × 2		2
3 × 3		4
3 × 4		4
4 × 4		1
4 × 4 ein Eck eingedrückt		4
4 × 4 zwei Ecken eingedrückt		2
Summe:		27

Wenn kein Feld eingefärbt ist (erste Möglichkeit) stimmt die Aussage: „Jedes eingefärbte Kästchen grenzt an exakt zwei weitere graue Kästchen“. Das wird ersichtlich, wenn wir die Verneinung der Aussage betrachten: „Nicht jedes eingefärbte Kästchen grenzt an exakt zwei weitere graue Kästchen“, was wir auch anders sagen können: „Es gibt zumindest ein eingefärbtes Kästchen, das nicht an exakt zwei weitere graue Kästchen grenzt“. Da es nicht einmal ein eingefärbtes Kästchen gibt, kann es auch kein eingefärbtes Kästchen geben, das nicht an exakt zwei weitere graue Kästchen grenzt. Somit ist die Verneinung falsch und die ursprüngliche Aussage richtig.

*Rufe mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort kannst du deine Lösungen abgeben, Punkte sammeln und jeden Monat neue Aufgaben finden!*

