

# Lösungen des Monats - Mai 2022

## Kategorie: Minimathik

### 7./8. Schulstufe

**Aufgabe. (Zwei Grundstücke)** Petra hat zwei identische rechteckige Grundstücke, die sich - wie in der Skizze zu sehen - eine Seite teilen. Um einen Zaun um ein rechteckiges Grundstück zu errichten, würde sie 112m Zaun benötigen. Um einen Zaun um beide Grundstücke zu errichten würde sie 173m Zaun benötigen. Wie groß ist der Flächeninhalt eines Rechtecks?



**Lösung. (Zwei Grundstücke)** Bezeichnen wir mit  $a$  die kürzere und mit  $b$  die längere Seitenlänge der rechteckigen Grundstücke in Meter. In der Angabe steht, dass der Umfang eines Rechtecks 112m beträgt. Also  $2a + 2b = 112$ . Umzäunt man beide Rechtecke einzeln, so benötigt man 224m Zaun. Dabei wird der geteilte Zaun doppelt gezählt. Also wissen wir  $224 - 2a = 173$ . Daraus berechnen wir  $a = \frac{224 - 173}{2} = 25,5$  und mit der Formel davor erhalten wir  $b = \frac{112 - 2 \cdot 25,5}{2} = 30,5$ . Also beträgt die Fläche  $25,5 \cdot 30,5 = 777,75 \text{ m}^2$ .

**Aufgabe. (Verhextes Quadrat)**

1		3
		8

Merlin möchte ein  $3 \times 3$  Quadrat mit den Ziffern 1 bis 9 befüllen, wobei jede Zahl genau einmal vorkommen darf. Außerdem soll die Summe der Ziffern in jedem der vier eingefärbten  $2 \times 2$  Quadrate gleich groß sein. Hilf Merlin das Quadrat zu vervollständigen.

1		3
		8

1		3
		8

1		3
		8

1		3
		8

**Lösung. (Verhextes Quadrat)** Die Summe des rechten, oberen  $2 \times 2$ -Quadrats muss gleich der Summe des rechten, unteren  $2 \times 2$ -Quadrats sein. Da sich diese zwei Bereiche 2 Quadrate teilen (grau) muss also gelten:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & & 3 \\ \hline & & \\ \hline & & 8 \\ \hline \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & a & 3 \\ \hline & & \\ \hline & b & 8 \\ \hline \end{array}
 \rightarrow a + 3 = b + 8 \rightarrow a = b + 5$$

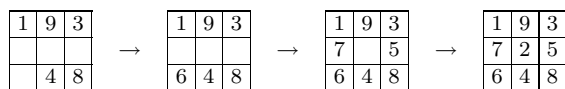
Jetzt gibt es für  $(a, b)$  nur noch zwei Möglichkeiten:  $(7, 2)$  oder  $(9, 4)$ . Probieren wir  $a = 7, b = 2$ .

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 7 & 3 \\ \hline & & \\ \hline & 2 & 8 \\ \hline \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 7 & 3 \\ \hline & & \\ \hline c & 2 & 8 \\ \hline \end{array}
 \rightarrow 1 + 7 = c + 2 \rightarrow c = 6 \rightarrow
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 7 & 3 \\ \hline & & \\ \hline 6 & 2 & 8 \\ \hline \end{array}$$

Nun bleiben noch die Ziffern 4, 5 und 9.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 7 & 3 \\ \hline & & \\ \hline 6 & 2 & 8 \\ \hline \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 7 & 3 \\ \hline d & & e \\ \hline 6 & 2 & 8 \\ \hline \end{array}
 \rightarrow 1 + d = 3 + e \rightarrow d = e + 2$$

Es ist nicht möglich  $d$  und  $e$  aus  $\{4, 5, 9\}$  zu wählen, sodass  $d = e + 2$  gilt. Also wissen wir nun dass,  $(a, b)$  nicht  $(7, 2)$  sein kann. Also muss  $a = 9$  und  $b = 4$  sein. Mit den gleichen Schritten wie vorhin finden wir nun eine eindeutige Lösung:



**Aufgabe. (Silber und Gold)** Tanja spielt ein Computerspiel in dem es Silber- und Goldmünzen gibt. Ein Drittel von Tanjas Münzen sind golden. Leider kann sie sich einen weiteren Gegenstand, der 33 Goldmünzen kostet, nicht leisten. Sie spielt daher ein neues Level und sammelt dabei 50 Münzen. Jetzt ist ein Viertel ihrer Münzen golden und sie kann sich den Gegenstand leisten. Wie viele Silbermünzen hat Tanja jetzt?

**Lösung. (Silber und Gold)**  $s$  und  $g$  bezeichnen die Silber- bzw. Goldmünzen die Tanja zu Beginn hat. Es gilt:

$$\begin{aligned}
 \frac{g}{s+g} &= \frac{1}{3} \\
 3g &= s+g \\
 2g &= s
 \end{aligned}$$

Während sie das Level spielt sammelt sie 50 Münzen, davon sind  $n$  golden. Nach Abschluss des Levels gilt:

$$\begin{aligned}
 \frac{g+n}{s+g+50} &= \frac{1}{4} \\
 4g+4n &= s+g+50
 \end{aligned}$$

Jetzt kann man  $s$  einsetzen:

$$\begin{aligned}
 4g+4n &= 2g+g+50 \\
 g &= 50-4n
 \end{aligned}$$

Wir wissen aus der Angabe auch dass:

$$\begin{aligned}
 g=50-4n &< 33 \\
 g+n=50-3n &\geq 33
 \end{aligned}$$

Jetzt können wir für  $n=0, 1, 2, 3, \dots$  ausprobieren ob die Ungleichungen stimmen. Wir sehen, dass das nur bei  $n=5$  der Fall ist. Tanja hatte zu Beginn  $g=50-4n=50-4 \cdot 5=30$  Goldmünzen und  $s=2g=2 \cdot 30=60$  Silbermünzen. Im Level hat sie  $50-n=50-5=45$  Silbermünzen gesammelt. Also hat sie jetzt  $60+45=105$  Silbermünzen.

*Rufe mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort kannst du deine Lösungen abgeben, Punkte sammeln und jeden Monat neue Aufgaben finden!*

