

# Lösungen des Monats - Januar 2023

Kategorie: Maximathik  
9./10. Schulstufe

## Aufgabe 1: Silvesterparty

Zu Silvester stehen auf einem Tisch einige Flaschen, Gläser, Krüge und Teller. Eine Flasche und ein Glas wiegen so viel wie ein Krug. Eine Flasche wiegt so viel wie ein Teller und ein Glas. Zwei Krüge wiegen so viel wie drei Teller.

Wie viele Gläser wiegen so viel wie eine Flasche?

*Ergebnis:* 5

*Lösung:* Aus der Angabe ergeben sich für die Anzahl der Flaschen  $F$ , der Gläser  $G$ , der Krüge  $K$  und der Teller  $T$  folgende Zusammenhänge:

$$\begin{aligned}F + G &= K \\F &= T + G \\2K &= 3T\end{aligned}$$

Die zweite Gleichung auf  $T$  umgeformt ergibt:

$$T = F - G$$

Setzt man nun die erste und zweite Gleichung in die dritte ein, erhält man:

$$\begin{aligned}2(F + G) &= 3(F - G) \\2F + 2G &= 3F - 3G \\5G &= F\end{aligned}$$

5 Gläser wiegen daher so viel wie eine Flasche.

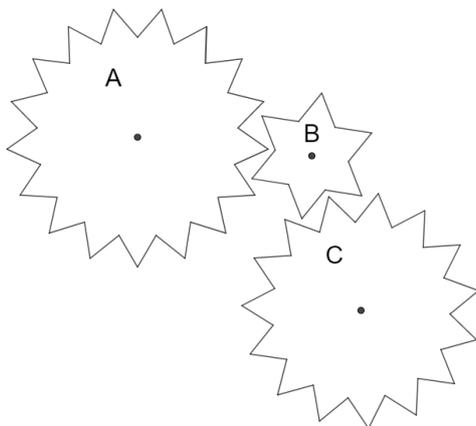
*Rufe mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort findest du eine Anleitung, wie du deine Lösungen abgeben kannst. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen du Punkte sammeln kannst*



## Aufgabe 2: Weihnachtzahnräder

Beim Abräumen des Christbaums fällt Leonore auf, dass Weihnachtssterne und Zahnräder so manches gemeinsam haben. Sie legt 3 Sterne wie unten gezeigt auf eine Korkwand und fixiert die Mittelpunkte mit einer Stecknadel. Nun dreht sie Stern C.

Wie viele Umdrehungen muss sie den Stern C drehen, bis alle Sterne wieder in ihre ursprüngliche Ausgangslage zurückkehren?



*Ergebnis:* 34

*Lösung:* Zahnrad A hat 17 Zähne, Zahnrad B 6 und Zahnrad C 15.

Man sucht zunächst die kleinste Anzahl an Zähnen, um die man die Zahnräder weiter drehen muss, sodass alle Zahnräder wieder in die Ausgangslage zurückkehren. Diese Anzahl muss ein Vielfaches von 17, 6 und 15 sein. Das kleinste gemeinsame Vielfache dieser Zahlen ist 510. Das Zahnrad C muss daher um 510 Zähne weiter gedreht werden. Damit muss es sich  $\frac{510}{15} = 34$  mal drehen.

## Aufgabe 3: Pizza schneiden

Pizzaverkäufer Alex überlegt: „Mit einem geraden Schnitt kann man eine kreisrunde Pizza in zwei Teile zerteilen. Mit zwei geraden Schnitten kann man eine kreisrunde Pizza in bis zu vier Teile zerteilen.“

Wie viele Teile kann man mit 6 Schnitten maximal erreichen?

*Ergebnis:* 22

*Lösung:* Man muss bei jedem Schnitt die Schnittgerade so ansetzen, dass sie **alle** bisherigen Schnittgeraden schneidet und dass nie 3 Geraden durch einen Schnittpunkt gehen. Die entstehenden Stücke sind natürlich in keiner Weise gleich groß.

Mit dem  $n$ -ten Schnitt kommen  $n$  neue Stücke dazu. Zu Beginn (mit Null Schnitten) hat man bereits ein Stück. Daher erhält man mit 6 Schnitten  $1 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 22$  Stücke.

Allgemein kann man mit Hilfe der Gaußschen Summenformel die Anzahl an Stücken nach  $n$  Schnitten angeben:  $1 + \frac{n(n+1)}{2}$

Mit  $n = 6$  erhält man auch hier 22 Stücke.

*Rufe mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort findest du eine Anleitung, wie du deine Lösungen abgeben kannst. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen du Punkte sammeln kannst*

