

# Lösungen des Monats - Januar 2023

## Kategorie: Minimathik 7./8. Schulstufe

### Aufgabe 1: Schokolade zu den Feiertagen

Vor Weihnachten gab es einen kegelförmigen Christbaumschmuck aus Schokolade zu kaufen. Dieser Kegel hat einen Radius von 1 cm und eine Höhe von 6 cm. Dieses Jahr sind 99 Stück davon übrig geblieben. Die ganze Schokolade wird nun eingeschmolzen und es sollen daraus 44 kugelförmige Ostereier entstehen. Wie groß ist der Radius einer Kugel in cm?

*Bemerkung:* Beide Figuren sind nicht hohl.

*Ergebnis:* 1,5

*Lösung:* Sei  $r_1 = 1$  cm der Radius und  $h = 6$  cm die Höhe des Kegels, dann ist das Volumen  $V$ :

$$V = \frac{r_1^2 \pi h}{3} = 2\pi \text{ cm}^3$$

Insgesamt erhält man  $99 \cdot 2\pi = 198\pi \text{ cm}^3$  Schokolade. Damit besteht eine Kugel aus  $\frac{198\pi}{44} = \frac{9\pi}{2} \text{ cm}^3$  Schokolade. Der Radius  $r_2$  der Kugel ergibt sich aus der Gleichung:

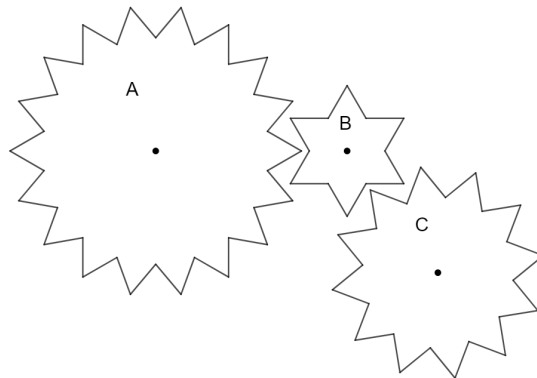
$$\frac{4}{3} r_2^3 \pi = \frac{9\pi}{2}$$

Daher gilt für den Kugelradius:  $r_2 = \frac{3}{2} = 1,5$  cm.

### Aufgabe 2: Weihnachtzzahnräder

Beim Abräumen des Christbaums fällt Leonore auf, dass Weihnachtssterne und Zahnräder so manches gemeinsam haben. Sie legt 3 Sterne wie unten gezeigt auf eine Korkwand und fixiert die Mittelpunkte mit einer Stecknadel. Nun dreht sie den Stern A zwei volle Umdrehungen.

Wie viele Umdrehungen führt dabei Stern C aus?



*Ergebnis:* 3

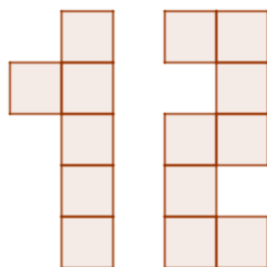
*Lösung:* Zahnrad A hat 18 Zähne und Zahnrad C 12. Dreht man A um einen Zahn weiter, so drehen sich auch B und C um einen Zahn. Wenn sich Zahnrad A zweimal komplett dreht, dreht es sich um  $18 \cdot 2 = 36$  Zähne weiter. Somit dreht sich C auch um 36 Zähne. Das entspricht  $\frac{36}{12} = 3$  kompletten Umdrehungen.

*Rufe mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort findest du eine Anleitung, wie du deine Lösungen abgeben kannst. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen du Punkte sammeln kannst*



### Aufgabe 3: Zahlenkunstwerk

Lena hat ein Kunstwerk kreiert, das aus mehreren identischen Würfeln mit Seitenlänge 1 dm besteht. Es sieht von vorne wie ein „1er“ und von oben wie ein „2er“ aus (siehe Abbildung). Jede Seite des Kunstwerks soll mit einer anderen Farbe angemalt werden. Lena möchte wissen wie viel Farbe sie für die rechte Seite benötigt. Wie groß ist die Fläche die man sieht, wenn man das Kunstwerk von rechts betrachtet und man weiß, dass der Körper aus der maximalen Anzahl von Würfeln besteht?



*Ergebnis:* 21

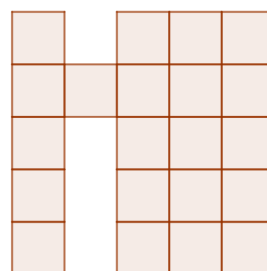
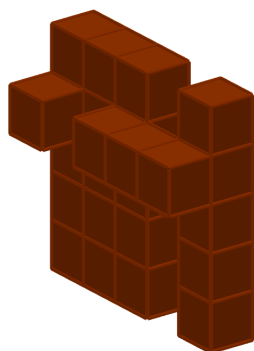
*Lösung:* Der gesuchte Körper passt in einen großen Quader mit zwei Würfeln Breite, fünf Würfeln Höhe und fünf Würfeln Länge. Teilt man den Quader in zwei Hälften, können die beiden  $1 \times 5 \times 5$ -Teile unabhängig voneinander analysiert werden:

Betrachtet man den gesuchten Körper von vorne, so sieht man einen „1er“. Demzufolge ist im linken Teil des Körpers nur ein Quadrat von vorne sichtbar, jedoch vier Quadrate von oben. Dies ist nur möglich, wenn sich 3 Würfel in der einzigen von vorne sichtbaren Reihe befinden, dann ein Loch und dann wieder ein einzelner Würfel.

Die Argumentation für den rechten Teil des gesuchten Körpers ist ähnlich: Es sind fünf Quadrate von vorne sichtbar, jedoch nur 4 von oben. Man erhält in diesem Fall die maximale Anzahl an Würfel, wenn man fünf Würfel in jede der vier sichtbaren Spalten setzt.

Von rechts sieht man alle 20 Würfel der rechten Seite und nur einen Würfel der linken Seite. Die übrigen 3 Würfel der linken Hälfte werden von den Würfeln der rechten Hälfte verdeckt. Insgesamt sieht man daher  $20 + 1 = 21$  Würfel.

In den folgenden Abbildungen sieht man das Kunstwerk und die Ansicht von rechts:



*Rufe mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort findest du eine Anleitung, wie du deine Lösungen abgeben kannst. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen du Punkte sammeln kannst*

