

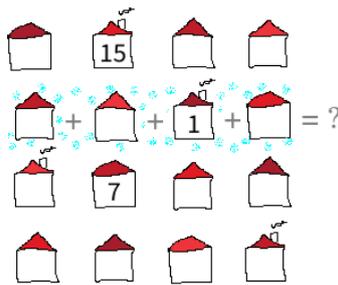
Lösungen des Monats - Dezember 2022

Kategorie: Maximathik 9./10. Schulstufe

Aufgabe 1: Himmlische Routenplanung

Das Christkind möchte im Dorf Mathehausen (siehe Bild) Weihnachtsgeschenke verteilen. Dazu will es die Häuser in der Reihenfolge der Hausnummern (1 bis 16) besuchen. Es liegt jedoch so viel Schnee, dass das Christkind nur drei Hausnummern erkennen kann. Allerdings weiß das Christkind vom Vorjahr, dass aufeinander folgende Hausnummern stets waagrecht oder senkrecht aneinander grenzen.

Wie lautet die Summe der Hausnummern in der zweiten Zeile?



Ergebnis: 18

Lösung: Das Christkind besucht jedes Haus und aufeinander folgende Hausnummern grenzen aneinander. Wir suchen also einen Weg durch das 4x4 Gitter an Häusern, auf dem jedes Haus nur einmal besucht wird. Durch Probieren findet man 6 Möglichkeiten wie das Christkind von 1 nach 7 kommt:

15	2	3		15				15			
		1	4			1	2			1	2
7	6	5		7		3		7	6	3	
				6	5	4				5	4

15				15				15			
		1				1		3	2	1	
7	2	3		6	7	2		4	7		
6	5	4		5	4	3		5	6		

In den ersten fünf Möglichkeiten gibt es freie Häuser (rot markiert), die nicht an 7 oder 15 grenzen und nur einen noch freien Nachbar haben. Man kann jeweils folgern, dass Möglichkeiten mit solchen Häusern zu keiner Lösung führen können. Erreicht das Christkind diese Felder, landet es in einer „Sackgasse“. Also kann nur die sechste Variante für eine Lösung in Frage kommen.

Rufe mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort findest du eine Anleitung, wie du deine Lösungen abgeben kannst. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen du Punkte sammeln kannst



Die einzige Lösung sieht daher so aus:

16	15	14	13
3	2	1	12
4	7	8	11
5	6	9	10

Die Summe der Hausnummern in der zweiten Zeile lautet somit $3 + 2 + 1 + 12 = 18$.

Aufgabe 2: Schlittenpanne

Der Schlitten des Weihnachtsmanns hat kurz nach dem Start eine Panne. Nun müssen die Geschenke auf den Ersatzschlitten verladen werden, der noch in der Garage steht. Der Weihnachtsmann packt einen Teil der Geschenke in einen Sack und läuft Richtung Garage. Zeitgleich starten dort einige Elfen um auch Geschenke vom Schlitten zu holen. Der Weihnachtsmann und die Elfen begegnen sich 720 m vom Schlitten entfernt. An ihrem Ziel angekommen, brauchen sowohl die Elfen als auch der Weihnachtsmann je 15 Minuten, um Geschenke zu verladen. Danach machen sich die Elfen auf den Weg zur Garage und der Weihnachtsmann wieder auf den Weg zum Schlitten, um von dort die Rentiere zu holen. Diesmal begegnen sie einander 400 m von der Garage entfernt.

Wie groß ist die Distanz zwischen dem kaputten Schlitten und der Garage (in Metern)?

Bemerkung: Der Weihnachtsmann und die Elfen bewegen sich jeweils mit konstanter Geschwindigkeit, egal wie viele Geschenke sie tragen.

Ergebnis: 1760 m

Lösung:

Beim ersten Treffpunkt haben der Weihnachtsmann und die Elfen zusammen eine Strecke von $1 \cdot l$ zurückgelegt. Dabei hat der Weihnachtsmann 720 m zurückgelegt. Sind der Weihnachtsmann beziehungsweise die Elfen am jeweiligen Ziel angekommen, haben sie in Summe eine Weglänge von $2 \cdot l$ zurückgelegt. Beim zweiten Treffpunkt haben sie dann insgesamt eine Weglänge von $3 \cdot l$ zurückgelegt.

Der Weihnachtsmann als auch die Elfen sind zu diesem Zeitpunkt je dreimal so viel gelaufen wie bis zum ersten Treffpunkt. Der Weihnachtsmann hat also $3 \cdot 720 \text{ m} = 2160 \text{ m}$ hinter sich gebracht. Nach dieser Strecke von 2160 m ist der Weihnachtsmann 400 m von der Garage entfernt. Der Weihnachtsmann ist also insgesamt $l + 400 \text{ m}$ weit gelaufen. Die Distanz zwischen dem Schlitten und der Garage beträgt somit $2160 \text{ m} - 400 \text{ m} = l = 1760 \text{ m}$.

Aufgabe 3: Mathefieber

In einem Dorf sind zu Beginn alle Bewohner gesund, doch nun bricht die seltene Krankheit Mathefieber aus. Jeden Tag erkranken 30% der gesunden Dorfbewohner, doch gleichzeitig genesen jeden Tag 90% der erkrankten. Wie viel Prozent der Dorfbewohner sind nach sehr sehr langer Zeit erkrankt?

Ergebnis: 25%

Lösung: Sei K der Anteil der erkrankten Dorfbewohner, dann ist $1 - K$ der Anteil der gesunden. Nach Angabe gilt:

$$K = 0,3(1 - K) + 0,1K$$

Durch Umformen erhält man:

$$K = \frac{0,3}{1,2} = 0,25$$

Also sind nach sehr langer Zeit 25% der Dorfbewohner erkrankt.

Rufe mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort findest du eine Anleitung, wie du deine Lösungen abgeben kannst. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen du Punkte sammeln kannst

