

Lösungen des Monats - März 2023

Kategorie: Miximathik

Aufgabe 1: MathDonalds

Florentina fährt mit dem Fahrrad zum nächstgelegenen MathDonalds und wieder zurück. Vom Hunger geplagt fährt sie bei der Hinfahrt um 3 km/h schneller und braucht daher 5 min weniger als bei der Rückfahrt. Insgesamt fährt sie 45 min. Wie viele Kilometer radelt Florentina insgesamt?

Ergebnis: 10

Lösung: Florentina benötigt insgesamt 45 min und auf der Hinfahrt 5 min weniger als auf der Rückfahrt, somit braucht sie für die Hinfahrt $20 \text{ min} = \frac{1}{3} \text{ h}$ und für die Rückfahrt $25 \text{ min} = \frac{5}{12} \text{ h}$. Man bezeichne mit v die Geschwindigkeit auf der Rückfahrt. Da die Strecken für die Hinfahrt und die Rückfahrt gleich lang sind, gilt:

$$\frac{1}{3}(v + 3) = \frac{5}{12}v$$

Löst man diese Gleichung nach v auf, erhält man $v = 12 \text{ km/h}$. Daher ist die Strecke zum MathDonalds gleich 5 km und die gesamte Strecke, die Florentina radelt 10 km.

Aufgabe 2: Chicken MathNuggets

Bei MathDonalds angekommen will Florentina jede Menge Chicken MathNuggets bestellen. Diese werden in Packungen zu je 6, 9 und 20 Stück verkauft. Wie lautet die höchste Anzahl an MathNuggets, die Florentina nicht bestellen kann.

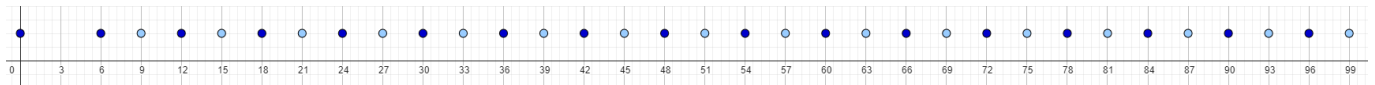
Bemerkung: 14 Stück kann sie nicht bestellen, $15 = 9 + 6$ Stück aber schon.

Ergebnis: 43

Lösung: Florentina kann eine Anzahl von N MathNuggets nicht bestellen, wenn N sich nicht als $N = 6k + 9l + 20m$ für k, l, m natürliche Zahlen darstellen lässt. Wir unterscheiden 3 Fälle für N :

1. N ist durch 3 teilbar ($N = 3n_1$).

Wenn N durch 6 teilbar ist, gilt $N = 6k$. Für den Fall, dass N nicht durch 6 teilbar ist, erhält man bei der Division durch 6 Rest 3. N lässt sich also darstellen als $6k + 3$. Dies lässt sich umschreiben zu $6(k - 1) + 9$. Also reichen 6er und 9er Nuggets aus für $k > 0$. Somit ist es nur nicht möglich $N = 6 \cdot (-1) + 9 = 3 \cdot 1 = 3$ Nuggets zu bestellen ($n_1 > 1$ muss gelten).



2. N geteilt durch 3 ergibt 2 Rest. ($N = 3n_2 + 2$)

In diesem Fall werden 6er und 9er Nuggets nicht ausreichen, weil man dadurch nur Vielfache von 3 erhält. Wir benötigen als zumindest eine 20er Packung und N muss größer als 20 sein. Subtrahiert man 20 von N erhält man:

$$N - 20 = (3n_2 + 2) - (3 \cdot 6 + 2) = 3(n_2 - 6)$$

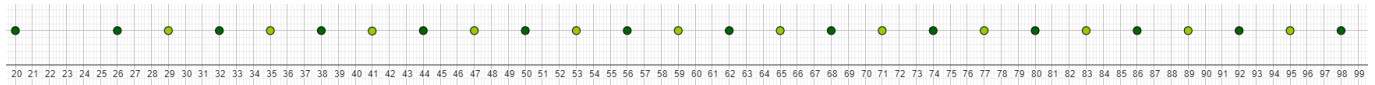
Rufen Sie mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort finden Sie eine Anleitung, wie Sie ihre Lösungen abgeben können. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen Sie Punkte sammeln können.



Also eine durch 3 teilbare Zahl, für die man wieder analog zu Fall 1 vorgehen kann. Somit gilt zusätzlich die Bedingung $n_1 = n_2 - 6 > 1$, welche sich zu $n_2 > 7$ umschreiben lässt. Für $n_2 > 7$, kann man N darstellen als:

$$N = 3(n - 6) + 20 \cdot 1$$

Die größte Anzahl, die man nicht bestellen kann, ist somit $N = 3 \cdot 1 + 20 \cdot 1 = 23$.



3. N geteilt durch 3 ergibt 1 Rest ($N = 3n_3 + 1$).

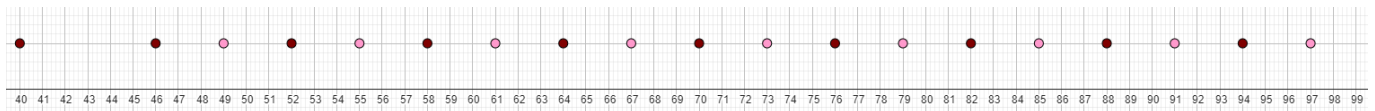
Für diesen Fall werden von den 20er Packungen mindestens 2 benötigt und N muss größer als 40 sein. Subtrahiert man 40 von N erhält man:

$$N - 40 = (3n_3 + 1) - (3 \cdot 13 + 1) = 3(n_3 - 13)$$

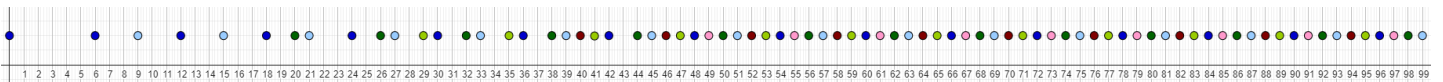
Also eine durch 3 teilbare Zahl, für die man wieder analog zu Fall 1 vorgehen kann. Somit gilt zusätzlich die Bedingung $n_1 = n_2 - 13 > 1$, welche sich zu $n_2 > 14$ umschreiben lässt. Für $n_3 > 14$, kann man N darstellen als:

$$N = 3(n - 13) + 20 \cdot 2$$

Die größte Anzahl, die man nicht bestellen kann, ist somit $N = 3 \cdot 1 + 20 \cdot 2 = 43$.



Insgesamt ist die größte Anzahl an Nuggets, die man nicht bestellen kann 43.



Aufgabe 3: Geschwisterliches Teilen

Florentina und ihr Bruder Anton essen auch eine Pizza, die es seit neuestem beim MathDonalds gibt. Sie bestellen eine Pizza, die sie sich teilen wollen. Die Hälfte davon ist ohne Fleisch, weil Anton Vegetarier ist. Die Pizza ist in 6 Stücke geteilt und Florentina nimmt sich gierig gleich 2 davon. Sie achtet dabei nicht, ob sie Stücke mit oder ohne Fleisch nimmt. Wie wahrscheinlich ist es, dass genau eines davon vegetarisch ist (in Prozent)?

Ergebnis: 60

Lösung: Wir unterscheiden 2 Fälle:

- Das erste Stück ist vegetarisch:
Es bleiben 2 vegetarische und 3 Stücke mit Fleisch übrig. Jedes davon ist gleich wahrscheinlich. Somit ist die Wahrscheinlichkeit, dass das zweite Stück mit Fleisch ist, gleich $\frac{3}{5}$.
- Das erste Stück ist mit Fleisch:
Es bleiben 3 vegetarische und 2 Stücke mit Fleisch übrig. Jedes davon ist gleich wahrscheinlich. Somit ist die Wahrscheinlichkeit, dass das zweite Stück vegetarisch ist, gleich $\frac{3}{5}$.

Die Wahrscheinlichkeit ist also unabhängig davon, ob Lukas zuerst ein vegetarisches Stück oder ein Stück mit Fleisch nimmt. Somit ist die Wahrscheinlichkeit auch insgesamt gleich $\frac{3}{5} = 0,6 = 60\%$.

Rufen Sie mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort finden Sie eine Anleitung, wie Sie ihre Lösungen abgeben können. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen Sie Punkte sammeln können.

