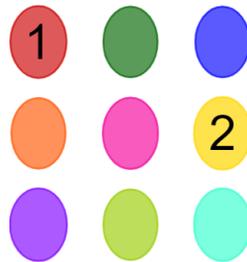


# Lösungen des Monats - April 2023

## Kategorie: Miximathik

### Aufgabe 1: Ostereier nummerieren

Die Osterhäsin denkt sich ein kleines Rätsel für den Osterhasen aus. Sie legt neun Ostereier in einen  $3 \times 3$  - Eierkarton und beschriftet zwei davon mit 1 beziehungsweise 2. Nun fordert sie den Osterhasen heraus: Er soll die restlichen Eier mit den Ziffern von 3 bis 9 so beschriften, dass die jeweiligen Zeilen- und Spaltensummen gleich sind. Welche Summe erhält der Osterhase, wenn er die Ziffern der Diagonale von links oben nach rechts unten addiert?

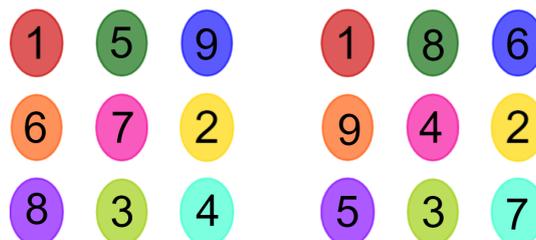


*Ergebnis:* 12

*Lösung:* Die Summe aller Eier ist 45. Addiert man alle Zeilen- und Spaltensummen erhält man 90, weil jedes Ei doppelt gezählt wird. Da es 3 Zeilen- und 3 Spaltensummen gibt, die jeweils gleich sind, muss jede davon  $\frac{90}{3+3} = 15$  ergeben.

Damit in der ersten Zeile die Summe 15 erreicht werden kann, darf keine Ziffer kleiner als 5 verwendet werden. In der ersten Zeile sind somit entweder die Zahlen 5 und 9 oder 6 und 8. Analoges gilt für die erste Spalte. Diese vier Ziffern stehen also jedenfalls auf den vier noch unbeschrifteten Eiern der ersten Zeile und der ersten Spalte. Somit müssen die restlichen drei Ziffern 3, 4 und 7 auf die verbleibenden drei Eier aufgeteilt werden. 3 kann nicht in der gleichen Zeile/Spalte wie 2 sein, da ansonsten die Summe von 15 nicht erreicht wird. Die Ziffern auf der gesuchten Diagonale lauten also 1, 4 und 7 und deren Summe ist 12.

Beide Möglichkeiten sind:



*Rufen Sie mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort finden Sie eine Anleitung, wie Sie ihre Lösungen abgeben können. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen Sie Punkte sammeln können.*



## Aufgabe 2: Ostereier testen

Aufgrund zahlreicher zerbrochener Eier in den letzten Jahren wird nun die Osterhasenverkehrsordnung angepasst. Es soll eine Begrenzung der maximalen Hoppelhöhe für im Eiertransport tätige Osterhasen eingeführt werden.

Durch einige Versuche wollen die Osterhasen nun die Höhe ermitteln, aus der Ostereier fallen müssen, um zu zerbrechen. Dazu haben sie zwei Ostereier sowie eine 15-stufig höhenverstellbare Versuchsanordnung zur Verfügung. Bei einem Versuch lassen die Osterhasen ein Ei aus einer bestimmten Höhe fallen. Bleibt das Ei unbeschadet, können sie dieses für weitere Versuche verwenden.

Die Osterhasen wollen nun die kleinste Höheneinstellung bestimmen, bei der die Ostereier zerbrechen. Was ist die kleinste Anzahl an höchstens notwendigen Versuchen, die die Osterhasen mit der richtigen Strategie erreichen können?

*Bemerkung:* Eine besonders schlechte Strategie wäre, die Stufen der Reihe nach von unten nach oben durchzuprobieren. Dabei wäre die Anzahl der höchstens notwendigen Versuche 15.

*Ergebnis:* 5

*Lösung:* Wir nummerieren die Höheneinstellungen von unten nach oben mit den Zahlen 1 bis 15. Jeder Versuch endet in einem von 2 Ergebnissen, das Ei zerbricht oder es zerbricht nicht.

Lösungsstrategie mit 5 Versuchen:

- Erster Versuch mit Einstellung 5. Zerbricht das Ei, so bleiben 4 Versuche um die übersprungenen 3 Einstellungen (1, 2, 3 und 4) von unten nach oben zu überprüfen.
- Zerbricht das Ei nicht, so ist der nächste Versuch mit Einstellung 9. Zerbricht das Ei, so bleiben 3 Versuche um die übersprungenen 3 Einstellungen (6, 7 und 8) zu überprüfen.
- Zerbricht das Ei nicht, so ist der nächste Versuch mit Einstellung 12. Zerbricht das Ei, so bleiben 2 Versuche um die übersprungenen 2 Einstellungen (10 und 11) zu überprüfen.
- Zerbricht das Ei nicht, so ist der nächste Versuch mit Einstellung 14. Zerbricht das Ei, so kann man mit dem letzten Versuch die Einstellung 13 prüfen.
- Zerbricht das Ei nicht, so kann man mit dem letzten Versuch die Einstellung 15 prüfen.

Lösungsstrategie mit 4 Versuchen:

Es ist nicht möglich, die Höhe nach nur 4 Versuchen zu finden. Nach jedem Versuch wird eine von zwei Höhen getestet. Das heißt, bei einer Strategie mit 4 Versuchen können sicher nicht mehr als  $1 + 2 + 4 + 8 = 15$  Stockwerke überprüft werden. In der Tat sind es sogar noch weniger, da hier zum Beispiel auch die Möglichkeit gezählt wurde, wo bei den ersten drei Versuchen jeweils die Eier brechen. So viele Eier haben die Osterhasen jedoch nicht zur Verfügung.

Damit ist gezeigt, dass 5 die kleinste Anzahl ist, die man garantieren kann.

*Rufen Sie mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort finden Sie eine Anleitung, wie Sie ihre Lösungen abgeben können. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen Sie Punkte sammeln können.*



### Aufgabe 3: Eierunfall

Bibi und Tina sind mit einem Korb voller roher Eier unterwegs zum Markt. Plötzlich kommt ihnen Karla auf dem Fahrrad entgegen, sie können einander nicht mehr ausweichen und stoßen zusammen. Alle Eier fallen auf den Boden und zerbrechen. Karla möchte den Schaden wieder gut machen und fragt, wie viele Eier es denn waren. Bibi und Tina schauen sich ratlos an und zucken mit den Schultern. Bibi sagt: „Das wissen wir gar nicht. Aber beim Verpacken in 4er-Schachteln, 6er-Schachteln oder 10er-Schachteln blieb uns immer 1 Ei übrig. Wir haben noch gelacht, weil es sich ausgegangen wäre, wenn wir 7er-Schachteln gehabt hätten.“ Tina ergänzt: „Mehr als 700 Eier waren es nicht.“ Mit wie vielen Eiern waren Bibi und Tina zum Markt unterwegs?

*Ergebnis:* 301

*Lösung:* Die Anzahl der Eier lässt bei Division durch 4, 6 und 10 den Rest 1. Da das kgV(4, 6, 10) = 60, suchen wir ein Vielfaches von 7, das um 1 größer ist als ein Vielfaches von 60. Es muss also Faktoren  $n$  und  $m$  geben, so dass

$$7n = 60m + 1$$

$60m + 1$  soll also auch ein Vielfaches von 7 sein. Eine sinnvolle Zerlegung davon ist:

$$7n = 56m + 4m + 1$$

Da  $56m$  ein Vielfaches von 7 ist, muss auch der Rest der rechten Seite ein Vielfaches von 7 sein.

$$7(n - 8m) = 4m + 1$$

$4m + 1$  muss ein Vielfaches von 7 sein. Durch Ausprobieren findet man  $m = 5, m = 12, m = 19, \dots$

Für  $m = 5$  ergeben sich  $60 \cdot 5 + 1 = 301$  Eier.

Die nächstgrößere mögliche Antwort mit  $m = 12$  wären 721 Eier, aber so viele Eier waren es nicht.

*Rufen Sie mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort finden Sie eine Anleitung, wie Sie ihre Lösungen abgeben können. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen Sie Punkte sammeln können.*

